

**UNED. CURSO 06/07. FÍSICA (INE. GESTIÓN). Septiembre 07- Original**

**MATERIAL:** SÓLO UN libro de teoría y calculadora no programable. Ni fotocopias ni apuntes

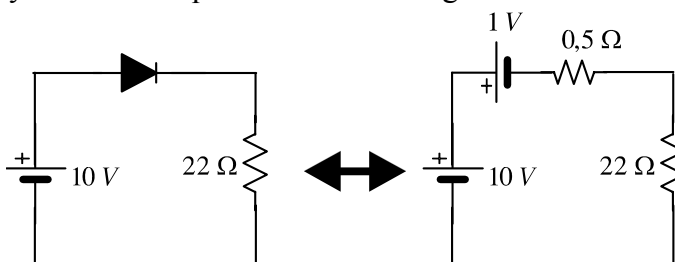
**DURACIÓN:** 2 horas

---

**PROBLEMA PO.1.-** Un diodo rectificador alimenta una carga resistiva de  $22\ \Omega$  a partir de una batería de  $10\text{ V}$ . Si el circuito equivalente del diodo es una resistencia de  $0,5\ \Omega$  y una batería de  $1,0\text{ V}$ . a) Dibujar el circuito descrito y el circuito equivalente correspondiente. b) Calcular la diferencia de potencial entre los bornes del diodo y la potencia disipada por el mismo.

**SOLUCIÓN**

a) El circuito descrito y el circuito equivalente son los siguientes:



b) Para calcular la diferencia de potencial entre los bornes del diodo debemos determinar antes la corriente que circula por el circuito. Aplicando la 2ª ley de Kirchhoff al circuito equivalente tenemos

$$10 - 1 = I(22 + 0,5)$$

de donde

$$I = 0,4\text{ A}$$

La diferencia de potencial entre los bornes del diodo será

$$V_d = V_\gamma + r_d I = 1 + 0,5 \cdot 0,4 = 1,2\text{ V}$$

Y, por último, la potencia por el diodo será

$$P = V_d I = 1,2 \cdot 0,4 = 0,48\text{ W}$$

---

**PROBLEMA PO.2.-** Una esfera conductora, cargada con una carga  $+Q$ , se encuentra dentro de una capa esférica conductora que inicialmente está descargada y aislada. A continuación, como se muestra en la figura PO.1, la capa esférica se conecta a tierra. Determinar el potencial de la esfera y la capa esférica así como la carga de ésta última.

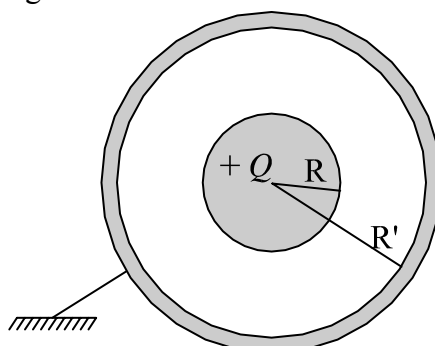


Figura PO.2

**SOLUCIÓN.**

Inicialmente la esfera de radio  $R$  tiene una carga  $+Q$  y puesto que la capa esférica está aislada y descargada,  $Q' = 0$ , la carga de la esfera interior inducirá una carga  $-Q$  en la superficie interna de la capa esférica y una carga  $+Q$  en la superficie externa de manera que el campo eléctrico en

el interior de la capa esférica sea nulo (condición que debe cumplir por ser conductor).

Al conectar a tierra la capa esférica, el potencial de la misma es igual a cero. Para determinar el potencial de la esfera interior, aplicamos el teorema de gauss a una superficie esférica de radio  $R < r < R'$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

$$E4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

luego

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q}{r^2} \mathbf{u}_r$$

y a continuación, determinamos la diferencia de potencial entre la esfera y la capa esférica sabiendo que esta está conectada a tierra

$$V(R') - V(R) = - \int_R^{R'} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = - \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \int_R^{R'} \frac{Q}{r^2} dr$$

Haciendo la integral

$$V(R') - V(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \left[ \frac{1}{r} \right]_R^{R'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \left[ \frac{1}{R'} - \frac{1}{R} \right]$$

Puesto que  $V(R') = 0$ , finalmente queda

$$V(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \left[ \frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right]$$

**PROBLEMA PO.3.-** Determine el circuito equivalente Thévenin del circuito de la figura PO.3 y la resistencia que hay que conectar en los terminales A y B para que se transfiera la máxima potencia.

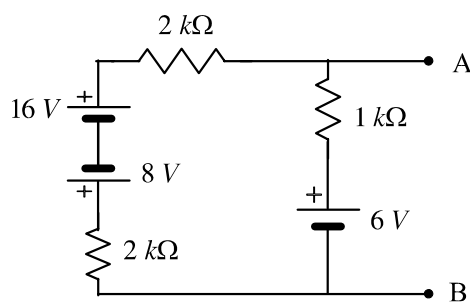


Figura PO.3

**SOLUCIÓN:**

Calculamos la corriente que circula por la malla

$$16 - 8 - 6 = I(2000 + 2000 + 1000)$$

$$I = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 0,4 \text{ mA}$$

La diferencia de potencial entre los punto A y B viene dada por

$$V_{AB} = 6 + 1000 \times 0,4 \cdot 10^{-3} = 6,4 \text{ V}$$

o bien

$$V_{AB} = 16 - 8 - 4000 \times 0,4 \cdot 10^{-3} = 6,4 \text{ V}$$

Luego, el valor de la tensión thévenin es  $V_{TH} = V_{AB} = 6,4 \text{ V}$

Para calcular el valor de la resistencia equivalente thévenin cortocircuitamos todos los generadores y determinamos la resistencia equivalente que se ve desde los terminales A y B. Como puede

apreciarse en la figura PO.3a, tenemos las dos resistencias de  $2\text{k}\Omega$  conectadas en serie y el conjunto conectado en paralelo con la resistencia de  $1\text{k}\Omega$ , por tanto

$$R' = 2 + 2 = 4 \text{ k}\Omega$$

y

$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1} = \frac{5}{4}$$

finalmente

$$R_{th} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ k}\Omega$$

El circuito equivalente thévenin correspondiente al dado viene dado por un generador de  $6,4$  voltios en serie con una resistencia de  $0,8 \text{ k}\Omega$ , ver figura Figura PO.3b

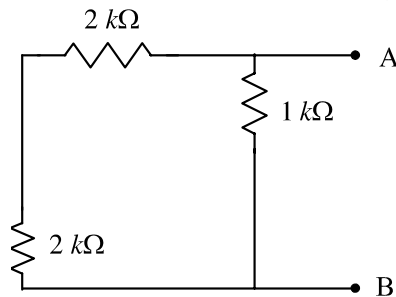


Figura PO.3a

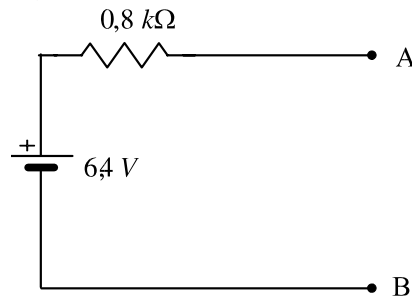


Figura PO.3b

Según el teorema de máxima transferencia de energía, la resistencia,  $R_o$ , que hay que conectar a los terminales A y B para que se transfiera la máxima potencia es, precisamente, la resistencia equivalente thévenin  $R_o = R_{th}$

**PROBLEMA PR.1.-** Disponemos una espira cuadrada de lado  $l$  sobre el plano ZY (ver figura PR.1(a)). La espira está en el seno de campo magnético  $\mathbf{B} = B\mathbf{u}_x$ , donde  $B$  varía temporalmente como muestra la figura PR.1(b).

- a) Calcular la f.e.m. inducida en cada uno de los intervalos de tiempo definidos en la gráfica.  
b) Explicar los resultados desde el punto de vista físico.

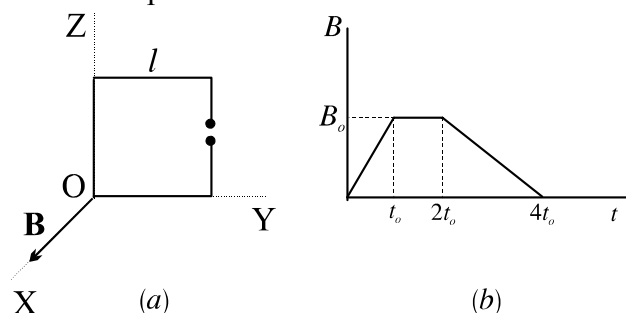


Figura PR.1

### SOLUCIÓN

El módulo del campo magnético,  $\mathbf{B} = B\mathbf{u}_x$ , varía con el tiempo según la siguiente función

$$B = \begin{cases} B_o t/t_o & \text{para } 0 \leq t \leq t_o \\ B_o & \text{para } t_o \leq t \leq 2t_o \\ 2B_o - B_o t/2t_o & \text{para } 2t_o \leq t \leq 4t_o \\ 0 & \text{para } 4t_o \leq t \end{cases}$$

La fuerza electromotriz inducida es igual a menos la variación temporal del flujo magnético a través de la espira. Por tanto, calculamos el flujo:

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int B ds$$

Puesto que el módulo de la inducción magnética no depende de las coordenadas espaciales, el flujo es sencillamente el módulo de la inducción magnética por la superficie de la espira.

$$\Phi = \int B ds = Bl^2$$

y la f.e.m. inducida viene dada por

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -l^2 \frac{dB}{dt}$$

Teniendo en cuenta la expresión dada para  $B$  arriba, obtenemos para la f.e.m. inducida la siguiente expresión

$$\mathcal{E} = \begin{cases} B_o/t_o & \text{para } 0 \leq t \leq t_o \\ 0 & \text{para } t_o \leq t \leq 2t_o \\ -B_o/2t_o & \text{para } 2t_o \leq t \leq 4t_o \\ 0 & \text{para } 4t_o \leq t \end{cases}$$

La interpretación física de este resultado es la siguiente: en el tramo en que la inducción magnética es constante,  $t_o \leq t \leq 2t_o$ , la f.e.m. inducida es nula ya que no hay variación de flujo a través de la espira. En el primer tramo, la f.e.m. inducida es positiva mientras que en el tercer tramo es negativa y de valor mitad del anterior. Este resultado es lógico ya que en el primer tramo el flujo a través de la espira aumenta mientras que en el tramo tres disminuye, por lo tanto la f.e.m. inducidas deben ser de signo diferente. Y, por último, el hecho de que la magnitud de la f.e.m.

inducida en el primer tramo sea doble de la inducida en el segundo, se debe a que la rapidez de variación del campo magnético (pendiente de la recta) en el tramo 1 es doble que la del tramo 2.

---

**PROBLEMA PR.2.-** Tenemos el circuito indicado en la figura PR.2, donde  $R = 1\Omega$ ,  $C = 1\mu F$ , y  $L = 10mH$ . Determinar el módulo y la fase de la tensión entre los bornes A y B cuando la frecuencia angular es  $\omega = 10^2$ . A continuación cambiamos el generador por otro a una frecuencia angular  $\omega = 10^6$ . ¿Varía el módulo y la fase de la tensión entre los bornes A y B en este caso? Razone su respuesta.

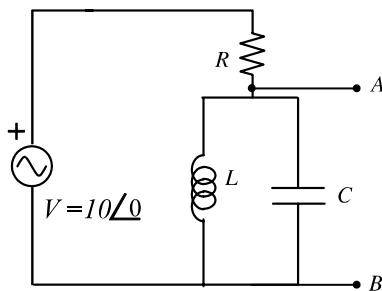


Figura PR.2

### SOLUCIÓN

Las admitancias capacitivas e inductivas debido a la autoinducción y el condensador son

$$X_C = -\frac{j}{\omega C}$$

$$X_L = -j\omega L$$

La impedancia del conjunto, teniendo en cuenta que están en paralelo, es

$$\frac{1}{Z_{LC}} = \frac{1}{X_C} + \frac{1}{X_L} = j\omega C - \frac{j}{\omega L} = \frac{j(\omega^2 LC - 1)}{\omega L}$$

Luego

$$Z_{LC} = \frac{j\omega L}{(1 - \omega^2 LC)}$$

Y la impedancia total del circuito será la combinación en serie de la resistencia y la impedancia  $Z_{LC}$

$$Z_T = R + \frac{j\omega L}{(1 - \omega^2 LC)} = \frac{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega L}{(1 - \omega^2 LC)}$$

La corriente que circula por el circuito viene dada por

$$I = \frac{V}{Z_T}$$

y la d.d.p. entre los bornes A y B será

$$V_{AB} = Z_{LC} I = Z_{LC} \frac{V}{Z_T}$$

Sustituyendo los valores obtenidos para  $Z_{LC}$  y  $Z_T$  obtenemos

$$V_{AB} = \frac{j\omega L}{(1 - \omega^2 LC)} \frac{(1 - \omega^2 LC)}{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega L} V = \frac{j\omega L}{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega L} V$$

Multiplicando arriba y abajo por el complejo conjugado del denominador

$$V_{AB} = V \frac{j\omega L}{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega L} \frac{R(1 - \omega^2 LC) - j\omega L}{R(1 - \omega^2 LC) - j\omega L}$$

Finalmente, operando

$$V_{AB} = V \frac{\omega^2 L^2 + jRL\omega(1 - \omega^2 LC)}{R^2(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2}$$

a) Para  $\omega = 10^2$ , sustituyendo los valores obtenemos

$$V_{AB} = V \frac{1 + j(1 - 10^{-4})}{(1 - 10^{-4})^2 + 1} \simeq V \frac{1 + j}{2}$$

$$|V_{AB}| = 10 \frac{\sqrt{2}}{2} = 7,1 \text{ V}$$

Luego, para esta frecuencia, el voltaje entre los bornes A y B es, en módulo, el 71% del voltaje del generador y está desfasado respecto a este

$$\varphi = \arctan 1 = 45^\circ$$

b) Para  $\omega = 10^6$ , sustituyendo los valores obtenemos

$$V_{AB} = V \frac{10^8 + j10^4(1 - 10^4)}{(1 - 10^4)^2 + 10^8} \simeq V \frac{(1 - j) 10^8}{10^8 + 10^8} = V \frac{(1 - j)}{2}$$

Luego, para esta frecuencia, el voltaje entre los bornes A y B es también, en módulo, el 71% del voltaje del generador pero ahora está desfasado respecto a este en

$$\varphi = \arctan (-1) = -45^\circ$$

**PROBLEMA PR.3.-** Una barra conductora de sección cuadrada y longitud  $l = 10 \text{ cm}$  está formada por dos barras de longitud  $l/2$  y sección  $a^2$  ( $a = 3 \text{ cm}$ ). Las barras están conectadas mediante una lámina metálica de cobre de espesor despreciable. Sobre las secciones transversales se disponen sendas lámina metálicas de conductividad muy superior a la de las barras. Una de las barras está formada por germanio (Ge) puro, cuya densidad de portadores y movilidades respectivas son  $n_i = 2,0 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ;  $\mu_n = 4500 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ ;  $\mu_p = 3500 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ . La otra barra es de germanio dopado tipo N con  $N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ . Calcular la resistencia del conjunto formado por las dos barras.

DATOS:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

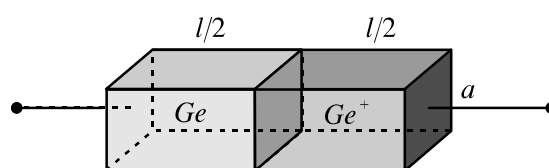


Figura PR.3

**SOLUCIÓN:**

En primer lugar, calculamos las conductividades de cada barra. La conductividad de la barra de germanio vendrá dada por

$$\gamma_{Ge} = en_i(\mu_n + \mu_p)$$

puesto que se trata de un semiconductor intrínseco en el que participan de la conducción tanto los electrones como los huecos. Sustituyendo datos

$$\gamma_{Ge} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2,0 \cdot 10^{13} (4500 + 3500) = 2,56 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$$

Para la barra de germanio dopado, el número de portadores tipo N es muy superior al número de huecos, por lo que la conductividad eléctrica depende únicamente de los portadores suministrados por las impurezas. Vendrá dada por

$$\gamma_{Ge^+} = eN_D\mu_n$$

Sustituyendo datos

$$\gamma_{G^+e} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^{14} \times 4500 = 7,2 \cdot 10^{-2} \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$$

Una vez determinadas las conductividades de cada barra, la resistencia viene dada por

$$R(Ge) = \frac{1}{\gamma_{Ge}} \frac{l'}{S}$$

donde  $l' = l/2$  es la longitud de la barra de germanio, y  $S$  su sección. Sustituyendo datos

$$R(Ge) = \frac{1}{2,56 \cdot 10^{-3}} \frac{5}{9} = 217,014 \Omega$$

$$R(G^+e) = \frac{1}{7,2 \cdot 10^{-2}} \frac{5}{9} = 7,72 \Omega$$

La resistencia del conjunto será la suma de resistencias ya que las barras están dispuestas en serie:

$$R_T = R(Ge) + R(G^+e)$$

$$R_T = 224.734$$